

©2011. A.M. Kovalev, V.N. Nesporny, A.S. Suykov

RIGID BODY MECHANICS, 41(2011), 3–10

A.M. Kovalev, V.N. Nesporny, A.S. Suykov

Existence of a function with non-positive derivative along trajectories of a non-autonomous system of differential equations

The paper provides a proof of existence of a function with non-positive derivative along trajectories of a non-autonomous system of differential equations. The function is built to be differentiable and to allow arbitrary small time-independent upper bound. The function is also proven to be periodic in the case of periodic system. The construction of the function is illustrated for a simple third-order system.

Keywords: *non-autonomous systems, Lyapunov functions.*

О.М. Ковальов, В.М. Неспірний, О.С. Суйков

Існування функції зі знакосталою похідною для неавтономних систем диференціальних рівнянь

Для неавтономних систем диференціальних рівнянь доведено теорему про існування функції, що має знакосталу похідну в силу системи. Побудована функція є диференційовною, припускає нескінченно малу вищу межу і є періодичною, якщо праві частини є періодичними функціями часу. Як демонстраційний приклад розглянуто систему третього порядку.

Ключевые слова: *неавтономні системи, функції Ляпунова.*

A.M. Kovalev, V.N. Nesporny, A.S. Suykov

Существование функции со знакопостоянной производной для неавтономных систем дифференциальных уравнений

Для неавтономных систем дифференциальных уравнений доказана теорема о существовании функции, имеющей знакопостоянную производную в силу системы. Построенная функция является дифференцируемой, допускает бесконечно малый высший предел и является периодической, если правые части являются периодическими функциями времени. В качестве демонстрационного примера рассмотрена система третьего порядка.

Ключевые слова: *неавтономные системы, функции Ляпунова.*

1. *Ляпунов А.М.* Общая задача об устойчивости движения. – М.; Л.: Гостехиздат, 1950. – 471 с. – Харьков: Изд-во Харьковского Мат. об-ва, 1892. – 250 + XI с.; *Ляпунов А.М.* Собр. соч. – М.;Л.: Изд-во АН СССР, 1956. – Т. 2. – 476 с.
2. *Барбашин Е.А., Красовский Н.Н.* Об устойчивости движения в целом // Докл. АН СССР. – 1952. – 86, № 3. – С. 453–456.
3. *Красовский Н.Н.* Об условиях обращения теорем А.М. Ляпунова о неустойчивости для стационарных систем дифференциальных уравнений // Там же. – 1955. – 101, № 1. – С. 17–20.
4. *Красовский Н.Н.* Об обращении теорем А.М. Ляпунова и Н.Г. Четаева о неустойчивости для стационарных систем дифференциальных уравнений // Прикл. математика и механика. – 1954. – 18, вып. 5. – С. 513–532.
5. *Ковалев А.М.* Построение функции Ляпунова со знакоопределенной производной для систем, удовлетворяющих теореме Барбашина–Красовского // Там же. – 2008. – 72, вып. 2. – С. 266–272.
6. *Ковалев А.М., Суйков А.С.* Построение функции Ляпунова при выполнении теоремы Барбашина–Красовского // Докл. НАН Украины. – 2008. – №. 12. – С. 22–27.
7. *Ковалев А.М.* Решение задач устойчивости для нелинейных систем с известной функцией со знакопостоянной производной // Механика твердого тела. – 2009. – Вып. 32. – С. 3–28.
8. *Красовский Н.Н.* Некоторые задачи теории устойчивости движения – М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959. – 211 с.