

## ОТЗЫВ

Научного консультанта на диссертационную работу Зызы Александра Васильевича «Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 – теоретическая механика

### 1. АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ И ИССЛЕДОВАНИЙ ДИССЕРТАЦИИ.

Общая характеристика актуальности. Актуальность исследований динамики сложных механических систем, для которых деформации пренебрежимы, обусловлена следующими обстоятельствами. *Во-первых*, при разработке многих конструкций современной техники используются общие теоремы и законы аналитической механики (теорема о движении центра масс системы, теорема о движении вокруг центра масс системы, уравнения Эйлера, Лагранжа, Гамильтона, Аппеля и другие), которые позволяют провести *математическое моделирование* движений рассматриваемых объектов. *Во-вторых*, на основании результатов, полученных в этом моделировании, разработать систему *рекомендаций* для эксплуатации объектов технического характера (роботов, манипуляторов, спутников, гироскопических систем и других систем). *В-третьих*, на основании новых математических моделей, как правило, создаются новые *типы систем дифференциальных уравнений*, которые представляют большой интерес для *математики*. К настоящему времени известны многочисленные примеры применения результатов аналитической механики в приложениях.

Наибольшее внимание к изучению сложных систем уделяется в случае, когда эти системы можно моделировать гиростатом. Такая модель рассматривалась в работах У. Томсона, Ж. Лиувилля, Н.Е. Жуковского, А. Грея, Т. Леви-Чивиты, Й. Виттенбурга, В.В. Румянцева, П.В. Харламова и

многих других ученых. Важно отметить, что в исследованиях спутников гироскопа находят также широкое применение (Т.Р. Кане, Р.С. Фуллер, Р.Е. Робертсон, В.С. Асланов, А.В. Дорошин).

Исследование движения гироскопа, имеющего неподвижную точку, базируются на обобщениях результатов Л. Эйлера, Ж. Даламбера, К. Якоби, Г. Кирхгофа, А. Клебша, А.М. Ляпунова, В.А. Стеклова, С.А. Чаплыгина и многих других ученых.

**Актуальность исследований диссертации.** В диссертации А.В. Зызы рассматриваются *две наиболее актуальные задачи* динамики гироскопа: задача о движении гироскопа с неподвижной точкой под действием потенциальных и гироскопических сил и задача о движении гироскопа в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Данное обстоятельство связано со следующими свойствами дифференциальных уравнений движения гироскопа. Первое свойство можно охарактеризовать определенным *аналогом правых частей дифференциальных уравнений* движения гироскопа (в обеих задачах правые части – многочлены по основным переменным). Второе свойство задач состоит в том, что количество первых интегралов уравнений движения в них *различно*: в первой задаче имеет место *три первых интеграла* и поэтому в ней можно при наличии дополнительного интеграла применять теорию Якоби; во второй задаче – *два первых интеграла* и теория Якоби применима при наличии двух дополнительных интегралов.

Исследование существования первых интегралов *в первой задаче* проводили Г. Кирхгоф, А. Клебш, А.М. Ляпунов, В.А. Стеклов, В.В. Соколов. Интегралы, полученные этими учеными, обобщены П.В. Харламовым и В.Н. Рубановским.

*Во второй задаче* первые интегралы уравнений движения нашли В.А. Самсонов и В.В. Козлов. Из данной информации можно сделать вывод, что уравнения движения в указанных задачах *неинтегрируемы в квадратурах* в общем случае и поэтому получить свойства движения гироскопа при произвольном распределении масс гироскопа не

представляется возможным. В связи с этим в динамике гиростата применяются и другие методы исследования (метод малого параметра, топологические методы). Особое место в исследовании уравнений движения гиростата занимает *метод построения частных решений уравнений в замкнутом виде*. В этом смысле весьма показательным решением Д. Гриоли, которое описывает регулярную прецессию тяжелого несимметричного твердого тела относительно наклонной оси. Таким образом, *актуальность построения* новых частных решений уравнений динамики гиростата может быть обоснована следующими обстоятельствами: получение новых классов программных движений гиростата, применение известных геометрических методов истолкования движения гиростата (Л. Пуансо, Ж. Сильвестр, Э. Раус, Ж. Мак-Куллаг), изучение с помощью методов теории возмущений (например, метод А.М. Ляпунова) общих свойств интегрального многообразия уравнений движения.

## **2. РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ.**

В качестве исследуемого класса решений уравнений гиростата в диссертации А.В. Зызы приняты полиномиальные решения. Очевидно, что данные решения могут истолковываться с различных позиций, поскольку выбираемый подход связан с тем, какие переменные задачи включать в состав основных (либо вспомогательных) полиномиальных решений.

История развития задачи построения частных решений уравнений Эйлера-Пуассона показывает, что полиномиальные решения занимают более половины всех найденных решений (всего уравнения Эйлера-Пуассона *допускают 14 частных решений*). Терминология полиномиальных решений различных классов (Стеклова, Ковалевского, Горячева и других) в динамике твердого тела в научной литературе установилась после работ П.В. Харламова, который обобщил полиномиальные решения В.А. Стеклова, Н. Ковалевского и стал, как *руководитель школы по механике*, инициатором исследований построения полиномиальных решений уравнений движения

тяжелого гиростата. Это позволило увеличить количество частных решений уравнений динамики гиростата под действием сил тяжести.

По-видимому, *первой работой*, в которой для обобщенных силовых полей изучались полиномиальные решения класса Стеклова-Ковалевского-Горячева была статья А.В. Зызы, опубликованная совместно с научным консультантом в 1998 году в журнале «Известия РАН. Механика твердого тела». С тех пор Александр Васильевич Зыза ведет интенсивные исследования по построению полиномиальных решений уравнений движения гиростата в различных задачах динамики, которые являются обобщением классических задач. Перечислим наиболее существенные результаты докторской работы А.В. Зызы.

1. Диссертация А.В. Зызы в постановочном плане – *единственная диссертация*, в которой изучаются условия существования полиномиальных решений в *двух задачах динамики гиростата*: задаче о движении гиростата под действием потенциальных и гироскопических сил и задаче о движении гиростата в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона. Их математические и механические особенности объяснены выше.

2. Автор диссертации рассмотрел *все известные типы полиномиальных решений* (В.А. Стеклова, Н. Ковалевского, Д.Н. Горячева, А.И. Докшевича, Б.И. Коносевича-Е.В. Поздняковича) и построил *большое количество новых* решений для указанных выше двух задач динамики гиростата. Данная задача не является простым обобщением результатов авторов решений, получивших решения в классических задачах, поскольку в диссертации вначале решена проблема нахождения максимальных значений полиномов, а только потом построены решения.

3. В диссертации А.В. Зыза ввел новые (*обобщенные классы решений полиномиального типа*), что свидетельствует о том, что он проявил научные способности, позволившие не только поставить новые научные задачи, но и решить их, получив новые классы полиномиальных решений.

4. Характерным и весьма важным свойством диссертации является *последовательность* проведенной А.В. Зызой работы: *на первом этапе* изучается трудоемкая задача о *максимальных значениях степеней* изучаемых полиномов; *на втором этапе* находится система алгебраических уравнений на параметры задачи, которой должны удовлетворять коэффициенты полиномиальных решений; сведение интегрирования уравнений движения гиростата к квадратурам происходит *на третьем этапе*.

5. В диссертации А.В. Зызы впервые для двух задач динамики созданы *таблицы для максимальных значений показателей полиномов* исследуемых решений. Для динамики твердого тела данные таблицы представляют *значительный интерес*, так как они позволяют разработать некоторую систему свойств всех известных полиномиальных решений.

6. Несомненным достоинством диссертационной работы является получение *численных примеров* для каждого полиномиального решения. Данный подход позволяет читателю с помощью компьютерных средств проверить *правильность решений*.

7. В диссертации обсуждены свойства функции вспомогательной переменной от времени – для каждого *решения получены типы этих функций*, которые характеризуются обращением интегралов Лежандра.

8. В диссертации А.В. Зызы содержатся *редукции уравнений движения* гиростата в двух задачах динамики к уравнениям класса Н. Ковалевского, что свидетельствует о том, что автор диссертации не только показал отличие применяемого им подхода от метода Н. Ковалевского, но и нашел новое решение.

9. Одним из основных результатов диссертации служит создание *банка частных решений*, который в силу большого количества его решений (более 40 новых решений) может в дальнейшем послужить изучению перспективной задачи исследования геометрических свойств движения гиростата.

### 3. ВЫВОДЫ.

На основании отмеченных выше результатов диссертационной работы полагаю, что диссертация Александра Васильевича Зызы **«Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил»** выполнена на высоком научном уровне, содержит *новые результаты*, представляющие *значительный интерес* в динамике твердого тела и гиростата. Все основные результаты опубликованы в *специализированных* журналах (Механика твердого тела (г. Донецк), Вестник Удмуртского университета (г. Ижевск), Компьютерные исследования и моделирование (г. Ижевск), Вестник ДонНУ (г. Донецк) и другие) и докладывались на семинарах по механике и на Всесоюзном съезде по механике (г. Уфа).

На основании изложенного выше считаю, что диссертация Александра Васильевича Зызы **«Исследование условий существования обобщенных классов полиномиальных решений уравнений движения гиростата под действием гироскопических, потенциальных и непотенциальных сил»** удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям ВАК ДНР по специальности 01.02.01 – теоретическая механика, а ее автор заслуживает *присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по данной специальности.*

Научный консультант

главный научный сотрудник ГУ «Институт

прикладной математики и механики»,

доктор физ.-мат. наук, профессор



Г.В. Горра